

P59~68

2.7.4 Electron-Photon Showers

高エネルギーの光子による対生成と、電子(陽電子)による制動放射の繰り返しにより、電子と光子のシャワー(滝)がでる。簡単に、

① 始め E_0 のエネルギーを持っていた光子が 1 放射長進むと $\frac{E_0}{2}$ のエネルギーを持つ e^- と e^+ を対生成する。

② 2 放射長進むと、 e^- と e^+ がそれぞれ制動放射により、光子を出す。

ここで、2つの光子と e^- と e^+ 1つずつの合計 4つの粒子があり、それぞれ $\frac{E_0}{4}$ のエネルギーを持つ。

③ 3 放射長進むと、2つの光子がそれぞれ e^- と e^+ を対生成し、①で出来ていた e^- と e^+ は制動放射によりまた、2つの光子を出す。

ここで、2つの光子と 3つずつの e^- と e^+ の合計 8つの粒子が $\frac{E_0}{8}$ のエネルギーを持つ。

この過程を繰り返していくと、n 放射長進むと粒子の数 N と、粒子1個の持つエネルギー $E(t)$ はおおよそ

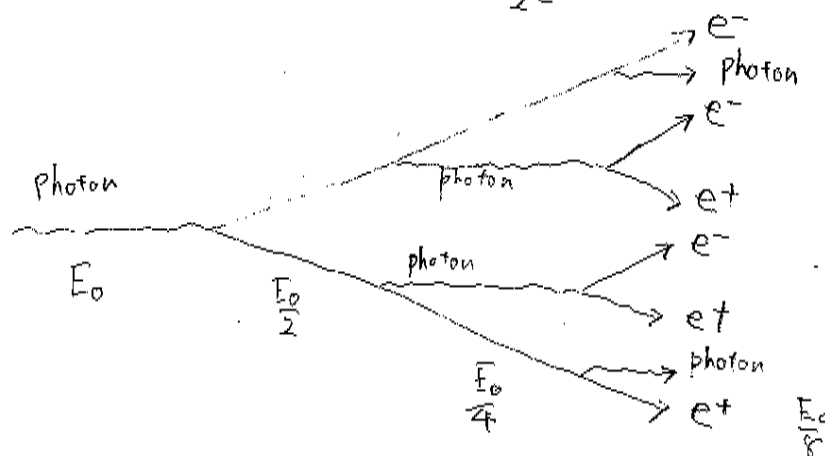
$$N \simeq 2^n$$

$$(2.124)$$

$$E(t) \simeq \frac{E_0}{2^n}$$

$$(2.125)$$

となる



ここで、放射長は、エネルギーが $\frac{1}{e}$ になる長さではなく制動放射により光子の持つエネルギーが電子(陽電子)のエネルギーと同じになる距離 (対生成が起きる長さと同じと(2.1))

電子を始めに持っていたもおおよそ同じ過程

シャワーが増えなくなる臨界エネルギーを E_c とすると

$$E(t_{\max}) = \frac{E_0}{2^{t_{\max}}} = E_c$$

$$(2.126)$$

よって

$$t_{\max} = \frac{\ln \frac{E_0}{E_c}}{\ln 2}$$

$$(2.127)$$

$$N_{\max} \simeq \frac{E_0}{E_c}$$

※ 実際には制動放射によるエネルギー損失は大きな割合を占めることに注意

放射長 = "このエネルギー" 損失 $\frac{dE}{dx}$ は Γ 関数により近似され

$$\frac{dE}{dx} = E_0 b \frac{(bt)^{a-1} e^{-bt}}{\Gamma(a)} \quad (2.129)$$

(a, b は物質に依存) x かける。又 t_{max} は

$$t_{max} = (a-1)/b = 1.0 \times (\ln y + C_i), \quad i = e, r \quad (2.130)$$

$$y = \frac{E}{E_c}, \quad C_e = -0.5 \quad \text{電子起因の場合} \quad C_r = +0.5 \quad \text{光子起因の場合}$$

シャワーの粒子数が増えるにつれて進行方向に対して横方向に広がりを持つようになる。
この広がりを与えるものにモリエール半径 (Moliere radius) がある

$$R_M = L_{rad} \frac{E_s}{E_c} \quad (2.131)$$

$$E_s = m_e c^2 \sqrt{4\pi/\alpha} = 21.2 \text{ MeV}$$

L_{rad} は (2.84) の Bragg's rule により計算される

放射長と同様にモリエール半径は物質に依存

始めは細かなシャワーは進むにつれて中央に粒子が多くなり濃い核を作り、端に行くにつれて薄くなるが、粒子の数が最大になるあたりでは 90% の粒子が、進行方向の軸から $2R_M$ の中にある。

横の広がりに対するエネルギー損失の大きさは、シャワーの進んだ深さに応じて

Fig. 2.28 (鉛に対する 1 GeV シャワー) のようになる。

このような進行方向と横方向についての詳細を知ることによって粒子のエネルギーを測る検出器を設計できる。

(f) 30 GeV のシャワーを測るには 20 放射長 又は 350 cm の鉛が必要 とか

2.7.5 The Total Absorption Coefficient and Photon Attenuation

光子の相互作用の全断面積は 1 原子ごとに

$$\sigma = \sigma_{photo} + Z\sigma_c + \tau_{pair} \quad (2.132)$$

σ_{photo} : 光電効果の断面積 σ_c : コンプトン散乱の断面積 (1 電子あたり)

τ_{pair} : 対生成の断面積

σ に原子の数密度 N をかけて

$$\mu = N\sigma = \sigma (N_A \rho / A) \quad (2.133)$$

N_A : アボガドロ数 ρ : 密度 A : 分子量

これを 全吸収係数 といふ 平均自由行程の逆数

反応後の光子の強度:

$$I/I_0 = \exp(-\mu x) \quad (2.134)$$

I_0 : 入射強度 x : 光子の進んだ距離

化合物や複合物の場合 Bragg's rule に よて求められる

$$\frac{\mu}{\rho} = w_1 \frac{\mu_1}{\rho_1} + w_2 \frac{\mu_2}{\rho_2} + \dots \quad (2.135)$$

w_i は化合物の i 成分の原子の重量分率

2.8 The Interaction of Neutrons

中性子は電荷を持たないが、原子核から 10^{-14} cm ほどで強い相互作用する。
そのため中性子は非常に透過力が高い。

中性子の相互作用

1) 原子核との弾性散乱 $A(n, n)A$

数 MeV 程度の中性子は主に弾性散乱でエネルギーを損失

2) 原子核との非弾性散乱 $A(n, n')A'$, $A(n, 2n)B$ など

原子核が励起され γ 線などを放射して崩壊する。

原子核の励起エネルギー以上が必要だから 1 MeV 以上

3) 放射線性中性子捕獲 $n + (Z, A) \rightarrow \gamma + (Z, A+1)$

断面積は $1/\nu$ 程度 ν は中性子の速度

ターゲットの物質の $1/\nu$ のピークに共振ピークは重なる。

→ 低エネルギーの中性子で起こる

4) その他の核反応 (n, p) , (n, α) , (n, d) , (n, t) , $(n, \alpha p)$ など

中性子が捕獲され、他の粒子が放出される。

放射線性中性子捕獲と同様に断面積は $1/\nu$ 程度

ターゲットの物質に共振は依存

eV ~ keV で主に起こる。

5) 核分裂 (n, f)

熱エネルギー程度を持つときに起こる。

6) 高エネルギーハドロニショウ生成。

100 MeV 以上の高エネルギーを持つときのみ起こる

○ エネルギーによる中性子の分類

・高エネルギー中性子	100 MeV 程度
・高速中性子	数百 keV ~ 数 + MeV
・熱外中性子	0.1 eV ~ 100 keV
・熱中性子 (低速中性子)	室温程度 $E \approx kT \approx 1/40$ eV
・冷中性子	meV 程度
・超冷中性子	μ eV 程度

中性子の全反応断面積

$$\sigma_{tot} = \sigma_{elastic} + \sigma_{inelastic} + \sigma_{capture} + \dots$$

(2.136)

1) ~ 6) の各断面積の和

σ_{tot} に原子の数密度をかけたものが平均自由行程の逆数

$$\frac{1}{\lambda} = N \sigma_{tot} = \frac{N_A \rho}{A} \sigma_{tot} \quad (2.137)$$

反応後の中性子の強度:

$$N = N_0 \exp(-x/\lambda) \quad (2.138)$$

2.8.1 Slowing Down of Neutron. Moderation

高速中性子は、弾性散乱などでエネルギーを失っていき、最終的に中性子捕獲や核分裂を起こす。

弾性散乱は、高速中性子の主要なエネルギー損失であり、数 MeV の範囲では非相対論的に扱える。(2.139) ~ (2.147)

(2.143) 式

$$\frac{E}{E_0} = \left(\frac{v_{ob}}{v_0} \right)^2 = \frac{A^2 + 1 + 2A \cos \theta_{cm}}{(A+1)^2} \quad (2.143)$$

から

散乱された中性子の持つエネルギーは $-1 < \cos \theta_{cm} < 1$ から

$$\left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 E_0 < E < E_0 \quad (2.148)$$

陽子との散乱の場合 $A=1$ なので

$$0 < E < E_0$$

軽き原子核との散乱では、原子核の反跳エネルギーは大きくなる

↳ 減速材や遮蔽材には水素を含む水やパラフィン ($C(H)_n$) が適する

・散乱後のエネルギーと散乱確率の変化量

15 MeV 以下の中性子の場合 S 波散乱のみなので

↳ 等方的

散乱 1 回 (導出は (2.149), (2.151) 式から)

$$\frac{dW_1}{dE} = \frac{(A+1)^2}{4A} \frac{1}{E_0} = \frac{1}{E_0(1-\alpha)} \quad (2.151)$$

$$dW_1 = \frac{d\Omega}{4\pi}, \quad \alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$$

2 回以上は散乱後にとるエネルギーの制限 (2.148) によって代数的に複雑になる

2 回は (2.152) 式 3 回は (2.153) 式

水素との散乱の場合 $\alpha=0$ で単純化されるので

n 回散乱

$$\frac{dW_n}{dE} = \frac{1}{E_0(n-1)!} \left(\ln \frac{E_0}{E}\right)^{n-1} \quad (2.154)$$

・ E_0 のエネルギーを持つ中性子が E にまで減速されるのに必要な散乱回数 n

$$n = \frac{u}{\xi} = \frac{1}{\xi} \ln \frac{E_0}{E} \quad (2.158)$$

$$\int u(\theta) = \ln E_0 - \ln E' = \ln \frac{E_0}{E} = \ln \frac{(A+1)^2}{A^2 + 2A \cos \theta} \quad (2.155), (2.156)$$

$$\xi = \langle u(\theta) \rangle = \int u(\theta) \frac{d\Omega}{4\pi} = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \frac{A-1}{A+1} \quad (2.157)$$

u : レイリー 入射エネルギーを基準としたエネルギーの単位

$$C^{12} \text{ 対 } \xi = 0.158 \quad H^1 \text{ 対 } \xi = 1$$

1 MeV の中性子が室温 ($1/40$ MeV) まで減速するのに

$$C^{12} \text{ 対 } 1/4 \text{ 回} < 3 \quad H^1 \text{ 対 } 17.5 \text{ 回} < 3 \text{ 必要}$$