

2.6 Energy Straggling: The Energy Loss Distribution

「平均ではエネルギーロスが一定の値を許す」としてたが、
実際は統計的なゆらぎにより異なるものになる。

「測定の日数や、物質を通るエネルギーの違いなど」。

ある一定のエネルギーをもった粒子が物質を通ると、出てきた
粒子はエネルギーにばらつきがある。

理論的な立場から以下ではこれを absorber (吸収体) が
厚い場合と薄い場合について考える。

2.6.1 Thick Absorber: The Gaussian Limit

相対的に厚い absorber では測定回数が多い。
測定回数 N が十分多く、またエネルギーロス
ある一定の値を許す点まわりの分布は
起る場合

↓

分布の形は Gaussian となる。

分布の形は

$$f(x, \sigma) \propto \exp\left(-\frac{(\Delta - \bar{\Delta})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.93)$$

(x : absorber の厚さ
 Δ : 吸収体におけるエネルギーロス
 $\bar{\Delta}$: エネルギーロスの平均
 σ : 分散)

非相対論的な重い粒子の σ_0 。

$$\sigma_0 = 4\pi N_A n_e^2 (m_e c^2)^2 \rho \frac{Z}{A} x = 0.1569 \rho \frac{Z}{A} x [\text{MeV}^2] \quad (2.94)$$

↓ 相対論的

$$\sigma^2 = \frac{(1 - \frac{1}{2}\beta^2)}{1 - \beta^2} \sigma_0^2 \quad (2.95)$$

②

2.6.2 Very thick absorber

入射するエネルギーの大半を失うような場合には以上の Gaussian の理論は適用できない。

2.6.3 Thin Absorber : The Landau and Vavilov Theories

薄い場合は話が変化する。

一日の行程によつて大きくエネルギーが移行する可能性がある。
例として重い粒子では移行するエネルギーの最大値 W_{max} は上限があるが、電子などは最初持っているエネルギーの半分を失うことがある。

電子などは制動放射による大きい "one shot" エネルギーロスが生じる。

よつて分布はしかたによつて異なる。よつてある = 2 によりエネルギーロスの分布は大きい方に Tail をつく。



mean は $3/4$ の most probable energy loss

$\propto$ 分布の理論的な計算は Landau, Symon, Vavilov により行われた。

分布を表わすのに用いるパラメータ

$$k = \frac{\bar{\Delta}}{W_{max}} \quad (2.96)$$

mean energy loss と移行するエネルギーの最大値の比。

Δ は Bethe-Bloch formula より計算できるが、以下のよつて近似した。

$$\Delta \approx \xi = 2\pi N_A n_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \left(\frac{Z}{\rho}\right)^2 x \quad (2.97)$$

thin absorber ... $1 < k < 10$

$k > 10 \rightarrow$ Gaussian

③

• Landau's Theory

ラニダウエンは $p \leq 0.01$ の場合を計算した。
その際、以下のような仮定を置いた。

- 1). $W_{max} \rightarrow \infty$, $\phi \rightarrow 0$ とおいた。
- 2). 電子は自由粒子扱い扱う。
- 3). 粒は減速せず、速度一定と仮定。

これらの仮定を置くと、分布の形 $f(x, \phi)$ は (2.98) の
一連の式で書ける(らしい)。 $\phi(x)$ を計算する = 22
最も確からしい Δ は

$$\Delta_{mp} = \sum \left[\ln \left(\frac{\xi}{\epsilon} \right) + 0.198 - \delta \right] \quad (2.99)$$

most probable

• Symon's Theory and Vavilov's Theory: Intermediate ϕ

ラニダウエンの用いた方法をシモンは応用し様々な値の
 ϕ についてエネルギーロス計算した。しかし今では用いられ
ない。

• Vavilov さんの理論

Landau さんの仮定(1)を有限の W_{max} まで LT。

Vavilov さんの分散の式

$$\sigma^2 = \frac{\xi^2}{\phi} \cdot \frac{1-p^2}{2} \quad (2.100)$$

2.7 The Interaction of Photons

物質の中を光子が通ると主について考える。X線やγ線が物質中で起こる相互作用は以下に挙げる。

- 1) 光電効果
- 2) コンプトン散乱
- 3) (電子-陽電子) 対生成

これらの効果はX線やγ線の2つの主要特徴を表わしている。

- (1) 光子は電子などのチャージをもたないよりも物質の中を透過していく。
- (2) 光子は物質中を進んでいくときそのエネルギーは下げられて強度だけが下がる。

(1) は光子を用いた際の cross section が電子を使ったものよりもはるかに小さいことがわかる。

(2) は、最初に挙げた相互作用によって散乱にいたり吸収にいたりして光子から光子が全て取り除かれてしまう、という事実が主である。



物質中をまっすぐ通った光子は何も相互作用を受けておらず、そのような光子は最初のエネルギーを保持している。しかし光子の個数は減っている。

γ線の最終的な強度は

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x) \quad (2.101)$$

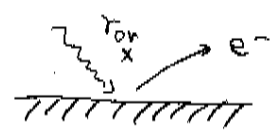
I_0 : γ線の最初の強度

x : 吸収体の厚さ

μ : 吸収係数

2.9.1 Photoelectric Effect

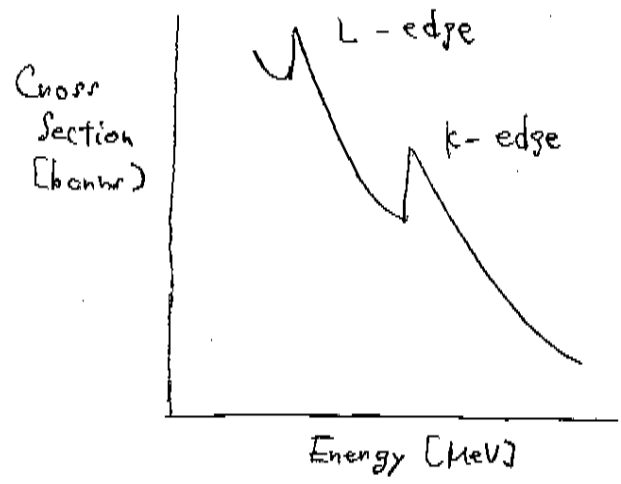
出ていく電子のエネルギーは



$$E = h\nu - B.E \quad (2.102)$$

電子の束縛エネルギー

自由な電子は光子をそのまま吸収したりするとはできないので、
光電効果はいつも核子に束縛された電子について起こる。



電子が束縛されている
L殻, K殻の束縛エネルギー
付近でピークが見られる。

入射するエネルギーが K-edge のエネルギーより大きくなると、
非相対論的に扱えるので、cross section とかは
計算できる (3.11)

$$\Phi_{photo} \propto Z^5 \quad (2.103)$$

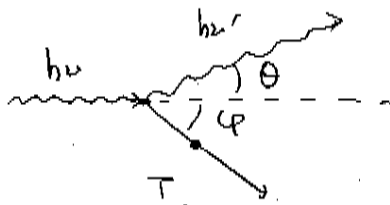
- L-殻の付近では (2.104), (2.105) の式のように
補正がかかる。
- 数 MeV 程度のエネルギーでは上の Z 依存性は
たかいた 1/4 ~ 1/5 くらいに比例する形になる。

検出器の検出効率を考える上で重要。

(6)

2.7.2 Compton Scattering

光子が自由電子に当たる (物質中では電子はほぼ静止している)



光子の運動エネルギー - 角度 θ, ϕ は計算できる. (2.106) 式

微分断面積は Klein-Nishina formula で計算できる.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + r(1 - \cos\theta)]^2} \left(1 + \cos^2\theta + \frac{r^2(1 - \cos\theta)^2}{1 + r(1 - \cos\theta)} \right) \quad (2.107)$$

積分すると全断面積は計算できる (2.108) 式

Klein-Nishina から次の2つの有用な値が計算できる.

σ^r = 光子と電子の photon による cross section.

σ^a = 電子のほうけうけと、運動量による cross section.

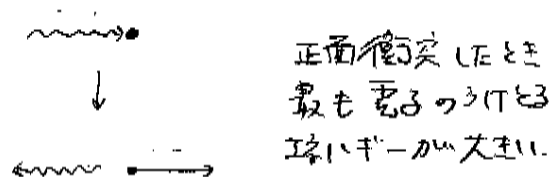
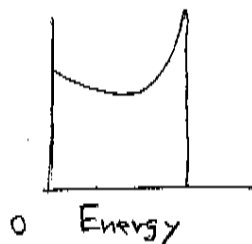
$$(\sigma_c = \sigma^r + \sigma^a) \quad (2.109)$$

σ^r は $\frac{d\sigma^r}{d\Omega} = \frac{hu'}{hu} \frac{d\sigma}{d\Omega}$ (2.110) で計算できる.

↓

σ^r (2.111) が求まる.

検出器にどう考えるとき, Compton 散乱により出た電子のエネルギー分布を考える. (2.113) 式.

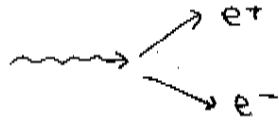


このときに出るピークを
Compton edge とする.

(7)

2.7-3 Pair Production.

Pair Production (対生成) とは 1MeV 以上の光子が
電子 - 陽電子対に 変る = と



= これは制動放射との類似で考える = とかできる.
~ (2.119) 式まで.

- "3" 式が かいにあるけど, 大切なのは Pair Production
に なる 断面積が その 2乗 に依存する = と.

Total の cross section を計算する 9 に, Pair Production が
起 なる 平均自由行程 λ_{pair} を計算する = とかできる.

(2.121) より

$$\frac{1}{\lambda_{\text{pair}}} = N \tau_{\text{pair}} \quad (2.121)$$

平均自由行程の逆数が破率を 表わす = と

崩壊定数と寿命の関係

(2.21) に対応して

$$\lambda_{\text{pair}} \approx \frac{9}{7} L_{\text{rad}} \quad \text{を得る.}$$

(2.123)

まとめ

相互作用の種類

区依存性

Photoelectric Effect

4~5 (3~5?)

Compton Scattering

1

Pair Production

2